

VÄIKE FUNKTSIOONIRAAMAT

Regina Reinup

Väljaandja kinnitab õppematerjali vastavust põhikooli riiklikule õppekavale.

Regina Reinup

Väike funktsiooniraamat

Retsenseerinud Taimi Tamm-Vask

Küljendaja Liidia Unt

Keeletoimetaja Piret Põldver

Toimetaja Tarvo Siilaberg

ISBN 978-9949-559-28-2

Fotod ja illustratsioonid

Shutterstock.com: Africa Studio (9), serato (20), Bepaliy (22),
Atiketta Sangasaeng (22), sasaperic (32), OlegDoroshin (37), www.
BillionPhotos.com (38), Tancha (52)

Autoriõigus Regina Reinup ja Kirjastus Maurus, 2016

Kirjastus Maurus

Tartu mnt 74, 10144 Tallinn

Telefon 5919 6117

www.kirjastusmaurus.ee

Kõik käesoleva teose autoriõigused on seadusega kaitstud. Ilma õiguste omaniku kirjaliku loata pole lubatud teost aga ühtegi selle osa paljundada ega levitada ei elektrooniliselt, mehhaaniliselt ega muul viisil.

Eessõna

Funktsioonide teema on matemaatikas üks kesksemaid. Sellega tehakse algust põhikooli III astmes, mil käsitletakse eelkõige lineaar- ja ruutfunktsiooni. Gümnaasiumis lisanduvad astme-, juur-, eksponent-, logaritm- ja trigonomeetrilised funktsioonid ning õpitakse tuletiste ja asümptootide abil funktsioone põhjalikumalt uurima.

Ent iga asi saab alguse algusest. Selleks, et tutvus funktsiooniga ei oleks liiga ootamatu ja akadeemiline, kasutatakse „Väikeses funktsiooniraamatus“ mõistete *funktsioon* ning *tundmatute* x ja y asemel alguses eestikeelseid väljendeid *reegel*, *sisend* ja *väljund* ning võrreldakse funktsiooni graafiku kulgu liikumisega maastikul. Uue teema sidumine lastele tuttavate mõistete ja argiolukorraga lihtsustab teema mõistmist ja alandab nii mõnegi õpilase õpistressi.

Kuna raamatus kasutatakse mõisteid *sisend*, *reegel* ja *väljund*, siis on võrduste kirjpilt veidi ebaharilik:

$$f(x) = \dots = y.$$

Esiteks põhjusel, et sel juhul eristub selgelt struktuur:

- funktsiooni f sisestatakse sisend x ,
- seejärel teostatakse funktsiooni poolt kehtestatud reegli kohaselt ette nähtud tehted,
- mille tulemusena saadakse väljund y .

Teiseks – olen õpetajana märganud, et mõnedel õpilastel on raske mõista, miks mõnikord kasutatakse funktsiooni puhul $f(x)$ ja teisel juhul y ; nad arvavad, et tegemist on kahe erineva mõistega. Raamatus esitatud kirjapildi puhul on kogu aeg silme ees, et $f(x) = y$. Samuti on siit lihtsam edasi minna võrrandi lahendamisele, asendades $y = 0$, ja luua seos, et võrrandi lahendamine on sisuliselt sama, mis funktsiooni nullpunkti(de) leidmine. Hiljem jõutakse selle juurde, et $f(x)$ ja y koos kasutamine pole otstarbekas.

Lineaarfunktsiooni graafiku joonestamiseks vajalike punktide leidmiseks on esitatud nii tuttav tabeli-meetod kui ka vabaliikme ja lineaarliikme kordaja kaudu leitavate punktide meetod. Sealjuures kasutatakse *lineaarliikme kordaja* asemel mõisteid *tõusumääraja* ja *tõus*, mis väljendavad

paremini selle kordaja põhifunktsiooni – sirge tõusu kindlaksmääramine. Teise meetodi paremaks omandamiseks on mõeldud ka raamatu lõpus olev lisamaterjal.

„Väike funktsiooniraamat“ on mõeldud kasutamiseks lisamaterjalina funktsioonide teema käsitlemisel nii põhikooli astme õpilastele kui ka nende vanematele, kellel on huvi oma lapsi õppimisel aidata, kuid teadmised ununenud.

Tere tulemast mõnusale tutvumisretkele funktsioonide maailma!

Regina Reinup

Sisukord

Eessõna	3
1. SISSEJUHATUS EHK MIS ON FUNKTSIOON	7
1.1. Funktsioon tabeli kujul	10
1.2. Funktsioon valemi kujul	11
1.3. Funktsioon diagrammi kujul	13
1.4. Funktsioon graafiku kujul	15
2. SÕLTUVUS JA FUNKTSIOON	19
2.1. Võrdeline sõltuvus ja lineaarfunktsioon	20
2.2. Pöördvõrdeline sõltuvus	24
2.3. Ruutsõltuvus ja ruutfunktsioon	28
3. VALEMIST GRAAFIKUKS	31
3.1. Lineaarfunktsiooni graafiku joonestamine	34
3.2. Ruutfunktsiooni graafiku joonestamine	45
4. FUNKTSIOONI UURIMINE	51
4.1. Lineaarfunktsioon	54
4.2. Ruutfunktsioon	55
5. LISA	59



1. SISSEJUHATUS EHK MIS ON FUNKTSIOON

Kui guugeldad internetis sõna „funktsioon“, saad vastuseks mitmeid erinevaid, teaduslikke ja vähem teaduslikke selgitusi. Mis see funktsioon siis ikkagi on?

Kõige lihtsamalt öeldes on funktsioon mingi kindel eeskiri või reegel, mis seob muutuja x muutujaga y . Kui sind ajavad segadusse mõisted *funktsioon* ning muutujad x ja y , siis sa ei peaks selle pärast muretsema. Mõtleme neile uued nimed.

Kui mõisted funktsioon, muutuja x ja muutuja y sind segadusse ajavad, kasuta nende asemel sõnu reegel, sisend ja väljund.

Funktsiooni asemel juba kasutasime sõna *reegel*; x -i kohta võiksime öelda *sisend* ja y -i kohta *väljund*. Funktsioon on niisiis nagu mingi reeglmasin, millel on sisend (mis pannakse masinasse sisse) ja väljund (mis sõltub sisendist ja tuleb masina teisest otsast välja).



Sisendit nimetatakse ka sõltumatuks muutujaks ehk argumendiks.

Proovime nüüd funktsiooni uuesti sõnastada.

Väljundit nimetatakse ka sõltuvaks muutujaks ehk funktsiooni väärtuseks.

Funktsioon on reegel, mis seob omavahel sisendi ja sellest sõltuva väljundi.

Kõlab juba paremini, eks?

Seejuures on sellel reeglil kaks tähtsat omadust, mida tuleb arvesse võtta.

- Esiteks, sisend peab olema olema ehk eksisteerima. Näiteks negatiivset vanust, kaalu ja pikkust pole reaalses elus olemas. Seetõttu saame me küll näiteks koostada reegli selle kohta, kuidas on omavahel seotud kassipoja vanus ja tema kaal; samas – isegi kui see oleks matemaatiliselt võimalik –, ei saa me arvutada, kui palju kaalub kassipoeg vanuses –10 kuud, sest teda pole siis veel sündinud.
- Teiseks, ühe kindlaks määratud sisendiga ei saa kunagi olla seotud mitu erinevat väljundit. Umbes nii, et kui valid ostmiseks välja ühe kindla tordi (sisend), siis ei saa sellel olla korraga kahte erinevat hinda, on ikka ainult üks kindel hind (väljund), mis arvutatakse välja kasutatud tooraine ja tordi tegemiseks kulunud töö põhjal. Teistel tortidel on igaühel oma hind ja mõni neist võib ju maksta ka sama palju kui sinu tort. Selle tegemiseks kasutati võib-olla odavamat toorainet, aga tööle kulus rohkem aega, või vastupidi. Aga igal tortil on ikkagi üks ja ainult üks kindel hind.



1.1. Funktsioon tabeli kujul

Vaatame koos, mida teeb reegel „korruta sisend arvuga 3“ ja esitame selle tabeli kujul.

SISEND	REEGEL	VÄLJUND
0	$\cdot 3$	0
1	$\cdot 3$	3
2	$\cdot 3$	6
8	$\cdot 3$	24
...	$\cdot 3$	...
x	$\cdot 3$	3x

Puuduvale reale võid valida sellise sisendi, nagu ise soovid; seejärel arvuta väljund.

Millise reegli põhjal on koostatud järgmine tabel?

SISEND	REEGEL	VÄLJUND
0		5
1		6
2		7
8		13
x		...

Nuputa kõigepealt ise ja siis vaata vastust lehekülje alt¹.

¹ Sisendile liidetakse arv viis; $x + 5$