

Allar Veelmaa

**MATEMAATIKA TÖÖRAAMAT**  
**X KLASSILE**

Väljaandja kinnitab tööraamatu vastavust kehtivale gümnaasiumi riiklikule õppekavale ning haridus- ja teadusministri poolt õppekirjandusele kehtestatud nõuetele.

Autor tänab retsensente, Nõo reaalgümnaasiumi õpetajat Sirje Silda ja Loo keskkooli õpetajat Agu Ojasood kasulike märkuste ja huvitavate ideede eest. Kõik selle raamatu kohta käivad tähelepanekud ja muudatusettepanekud palun saatke e-postiga [allarveelmaa8@hotmail.com](mailto:allarveelmaa8@hotmail.com).

Allar Veelmaa

### **Matemaatika tööraamat X klassile**

Retsenseerinud Sirje Sild ja Agu Ojasoo

Toimetaja Regina Reinup

Keeletoimetaja Piret Pöldver

Küljendaja Heisi Väljak

Joonised teinud Allar Veelmaa

Fotod ja illustratsioonid

**Shutterstock.com:** u3d (96, ülemine); nav (96, alumine); Roman Sotola (118); ID1974 (140, ülemine); Jose AS Reyes (140, alumine); mundoview (141).

ISBN 978-9949-641-86-4

Autoriõigus: Allar Veelmaa ja kirjastus Maurus OÜ, 2021

Kirjastus Maurus

Tartu mnt 74, 10144 Tallinn, tel 5919 6117

[www.kirjastusmaurus.ee](http://www.kirjastusmaurus.ee)

[tellimine@kirjastusmaurus.ee](mailto:tellimine@kirjastusmaurus.ee)

Kõik õigused käesolevale väljaandele on seadusega kaitstud. Ilma autoriõiguse omaniku kirjaliku loata pole lubatud ühtki selle tööraamatu osa paljundada ei elektrooniliselt, mehaaniliselt ega muul viisil.

## Tööraamatu kasutajale

Käesolev tööraamat on mõeldud Teile, gümnasist. Sellest raamatust leiata vajalikke valemeid ja näidislahendusi, kuid enamik ülesandeid tuleb algusest lõpuni endal lahendada. Tööraamatus olevate ülesannete juurde on mõistlik minna siis, kui vastav teema on läbitud ja ees ootab arvestus- või kontrolltöö. Tööraamat on heaks abiliseks ka riigieksamiks valmistumisel, sest selles on ülesandeid kõikide gümnaasiumis käsitletud teemade kohta.

Tööraamat sobib kasutamiseks nii kitsa kui ka laia kursuse järgi õppijatele. Kui ülesande number on trükitud punase värviga, siis kitsa kursuse järgi õppijad neid ülesandeid lahendama ei pea, kuid võivad oma oskused siiski proovile panna.

Ülesannetel ei ole antud vastuseid, kontrollimiseks kasutage arvutiprogramme WolframAlpha, GeoGebra, Symbolab vms.

Ülesannete lahendamisel on abiks ka teema alguses olevad viited õppevideotele (avanevad QR-koodi abil).

### **X klassi tööraamatus on ülesandeid järgmiste teemade kohta:**

- 1) arvuhulgad ja avaldised;
- 2) võrrandid ja võrrandisüsteemid;
- 3) võrratused;
- 4) trigonomeetrilised avaldised, kolmnurga lahendamine;
- 5) vektorid, sirge ja ringjoone võrrand, kahe joone vastastikused asendid.

Tööraamatu ülesannete lahendamiseks on abiks õppevideod ja testid, mille leiata internetist aadressil <http://www.allarveelmaa.ee/>.

Edu soovides  
Allar Veelmaa













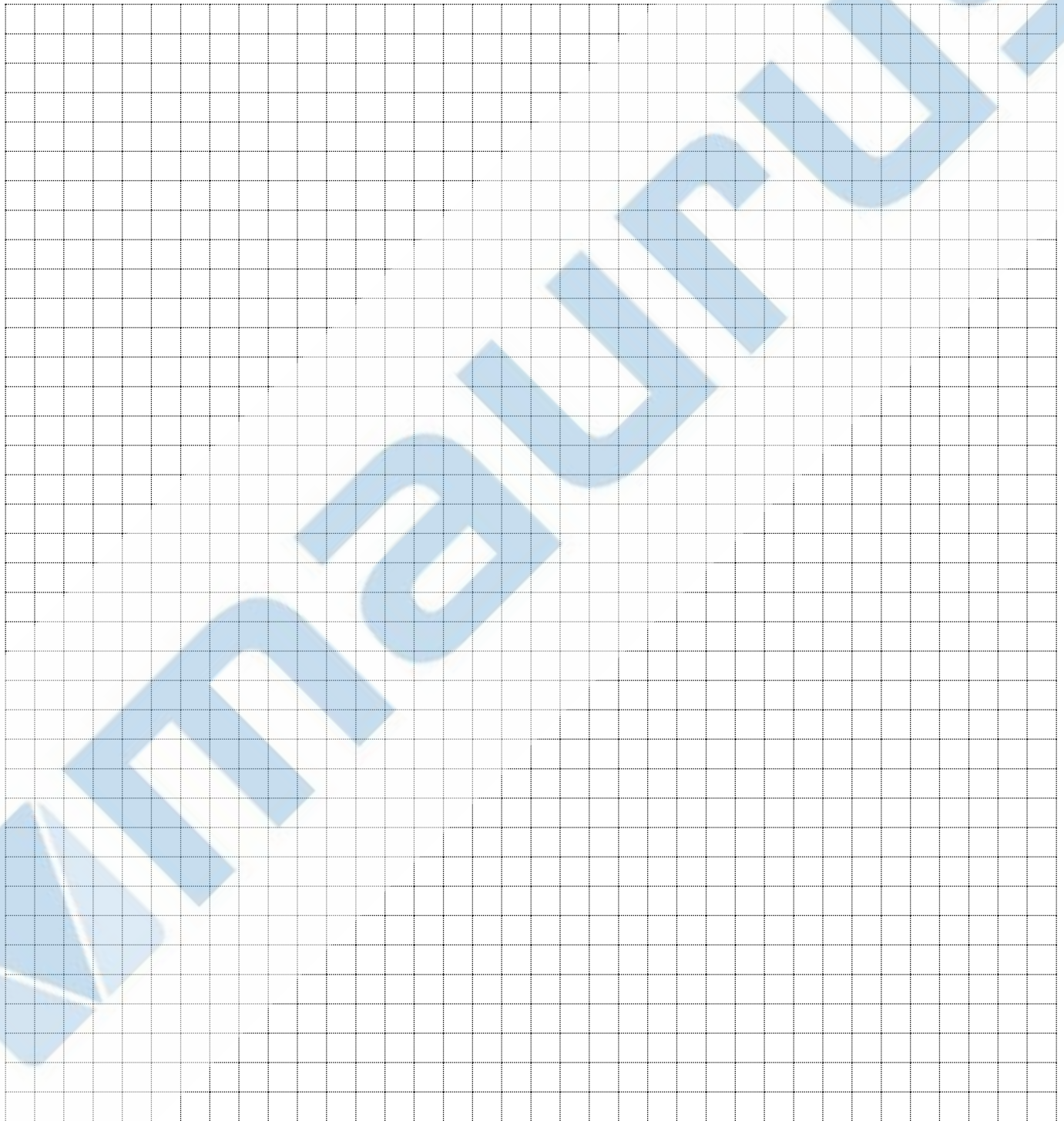




29. Leidke avaldise  $\frac{2^{-2} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4} \cdot 5^0 \cdot 1^{2015}}{2^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot (2^{-1})^{-2}} \cdot 5^{-2}$  väärtus.

30. Mitu protsenti moodustab avaldise  $\frac{\left[3^{-3} - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-4} \cdot (-2)^{-5}\right] \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}}{0,1^{-1} + (2\pi)^0}$  väärtus arvust 25?

31. Selgita, kas avaldise  $\frac{5^{2x} \cdot 36^{x+1} \cdot 9^{1-x}}{25^{x+2} \cdot 6^{2x-1} \cdot 3^{-2x-1}}$  väärtus sõltub muutuja  $x$  väärtusest.



## 1.5. Arvu ruutjuur

Ruutjuur leitakse mittenegatiivsest arvust  $a$  ja selle väärtus on mittenegatiivne arv  $b$ , st  $\sqrt{a} = b$ , kui  $b^2 = a$  ning  $b \geq 0$ .

32. Sõnastage järgmised ruutjuurtega arvutamise reeglid.

|  |  |
|--|--|
| $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, a \geq 0$ ja $b \geq 0$ |  |
| $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b > 0$    |  |
| $\sqrt{a^2} =  a $   |  |

33. Esitage ruutjuure all olev arv kahe arvu korrutisena või jagatisena ja juurige.

a)  $\sqrt{1000} =$

b)  $\sqrt{27} =$

c)  $\sqrt{50} =$

d)  $\sqrt{0,16} =$

e)  $\sqrt{0,04} =$

f)  $\sqrt{0,05} =$

g)  $\sqrt{4,9 \cdot 10^5} =$

h)  $\sqrt{9 \cdot 10^{24}} =$

i)  $\sqrt{1,6 \cdot 10^{-11}} =$

34. Kriipsutage läbi need avaldised, mille väärtust ei saa arvutada reaalarvude hulgas.

a)  $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

b)  $\sqrt{-2 + \sqrt{2}}$

c)  $\sqrt{-2 - \sqrt{2}}$

d)  $\sqrt{(2 - \sqrt{2})^2}$

e)  $\sqrt{(-2 + \sqrt{2})^2}$

f)  $(\sqrt{-2 + \sqrt{2}})^2$

35. Lihtsustage avaldis, kasutades seost  $\sqrt{a^2} = |a|$ .

a)  $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} =$

b)  $\sqrt{(-2 - \sqrt{3})^2} =$

c)  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} =$

d)  $\sqrt{(-2 + \sqrt{5})^2} =$

36. Lihtsustage avaldis.

a)  $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) =$

b)  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$

c)  $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}) - (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2 =$



41. Viige tegur juuremärgi alla ja võimaluse korral lihtsustage.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 2\sqrt{3} = & \text{b) } -2\sqrt{5} = & \text{c) } 3\sqrt[3]{2} = & \text{d) } -4\sqrt[3]{4} = \\ \text{e) } -2\sqrt[4]{2} = & \text{f) } 3\sqrt[4]{2} = & \text{g) } 0 \cdot \sqrt[4]{17} = & \text{h) } -2\sqrt[6]{3} = \end{array}$$

42. Tooge võimaluse korral tegur juuremärgi alt välja.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{18} = & \text{b) } \sqrt{45} = & \text{c) } \sqrt{108} = & \text{d) } \sqrt{10800} = \\ \text{e) } \sqrt[3]{24} = & \text{f) } \sqrt[3]{135} = & \text{g) } \sqrt[3]{320} = & \text{h) } \sqrt[3]{1125} = \\ \text{i) } \sqrt[4]{162} = & \text{j) } \sqrt[5]{288} = & \text{k) } \sqrt[6]{2916} = & \text{l) } \sqrt[8]{768} = \end{array}$$

43. Tooge tegur(id) juure alt välja, kui  $a \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{4a^2} = & \text{b) } \sqrt[3]{a^3} = & \text{c) } \sqrt{4a^3} = & \text{d) } \sqrt{4a^4} = \\ \text{e) } \sqrt[4]{2a^5} = & \text{f) } \sqrt[4]{16a^8} = & \text{g) } \sqrt[8]{16a^8} = & \text{h) } \sqrt[11]{11a^{11}} = \end{array}$$

44. Tehke tehted ja võimaluse korral lihtsustage tulemust.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{8} \cdot \sqrt{6} = & \text{b) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{125} = \\ \text{c) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{32} = & \text{d) } \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{54} = \\ \text{e) } \sqrt{12} : \sqrt{3} = & \text{f) } \sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{6\frac{3}{4}} = \\ \text{g) } \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} = & \text{h) } \sqrt{12} : \sqrt[3]{2} = \\ \text{i) } \left(\sqrt[3]{4}\right)^2 = & \text{j) } \left(\sqrt[4]{8}\right)^2 = \\ \text{k) } \left(\sqrt[4]{8}\right)^5 = & \text{l) } \sqrt[6]{(-4)^4} = \\ \text{m) } \left(\sqrt[4]{8}\right)^6 = & \text{n) } \sqrt[6]{(-4)^{12}} = \\ \text{o) } \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}} = & \text{p) } \sqrt{2\sqrt{6}} = \\ \text{q) } \sqrt[4]{2\sqrt[3]{3}} = & \text{r) } \sqrt[5]{2\sqrt[4]{2\sqrt{3}}} = \end{array}$$

## 1.7. Juurte koondamine

Juuravaldisi, mis erinevad üksteisest ainult juure kordaja poolest või ei erine üldse, nimetatakse sarnasteks.

Koondada saab vaid sarnaseid juuri.

**Näide 1.** Koondame sarnased juured avaldises  $4\sqrt{3} - 3\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} + 5\sqrt[3]{2} - 5\sqrt{3}$ .

Omavahel on sarnased  $4\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{3}$  ja  $-5\sqrt{3}$  ning  $-3\sqrt[3]{2}$  ja  $5\sqrt[3]{2}$ .

$$4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 0 \text{ ja } -3\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}, \text{ seega}$$

$$4\sqrt{3} - 3\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} + 5\sqrt[3]{2} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt[3]{2}.$$

**Näide 2.** Avame sulud ja koondame sarnased liikmed avaldises  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ .

$$\begin{aligned} (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) &= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \\ &= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{9} - 3\sqrt{4} - 3\sqrt{6} = \\ &= 2\sqrt{6} + 6 - 6 - 3\sqrt{6} = \\ &= -\sqrt{6}. \end{aligned}$$

45. Koondage sarnased juured.

a)  $\sqrt{3} + \sqrt{5} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} =$

b)  $4\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{15} =$

c)  $4\sqrt{3} - 5\sqrt[3]{3} + 8\sqrt{3} + 10\sqrt[3]{3} =$

d)  $2(\sqrt{2} - \sqrt{5}) - 3(\sqrt{2} + \sqrt{5}) =$

46. Avage sulud ja koondage võimaluse korral sarnased liikmed.

a)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - (2\sqrt{2})^2 =$

b)  $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(30 + 6\sqrt{6}) =$

c)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})^2 =$

d)  $2(\sqrt{2} + \sqrt[3]{2} - 3\sqrt[5]{2}) - 3(-\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[5]{2}) =$

e)  $(\sqrt{12} - \sqrt{27})(\sqrt{20} + \sqrt{45}) =$

f)  $1 - (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - 2)^2 =$

g)  $1 - (2 + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 2) - (-2 - \sqrt{3})^2 =$