АЛЛАР ВЕЭЛМАА

РАБОЧАЯ КНИГА ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ X КЛАССА

maurus

Издатель подтверждает: «Рабочая книга по математике для X класса» соответствует государственной учебной программе для гимназий и требованиям, установленным к учебной литературе министром образования и науки.

Автор благодарит рецензентов: учителя Реальной гимназии Ныо Сирье Сильд и учителя средней школы Лоо Агу Оясоо за полезные замечания и интересные идеи. Все замечания и предложения об изменениях к этой книге прошу присылать по электронной почте allarveelmaa8@hotmail.com.

Аллар Веэлмаа

Рабочая книга по математике для X класса

Рецензенты: Сирье Сильд и Агу Оясоо
Редактор: Регина Рейнуп
Литературный редактор: Наталья Сааль
Верстальщик: Хейси Вяльяк
Рисунки: Аллар Веэлмаа
Перевод: Валентина Денисова

Фото и иллюстрации:
Shutterstock.com: u3d (96, верхний); nav (96, нижний); Roman Sotola (118); ID1974 (140, верхний); Jose AS Reyes (140, нижний); mundoview (141).

Дигитальные учебные материалы издательства Maurus:

taskutark.ee/opi

ISBN 978-9916-663-28-8

Авторские права: Аллар Веэлмаа и издательство Maurus OÜ, 2021

Издательство Maurus
Tartu mnt 74, 10144 Tallinn, tel 5919 6117
www.kirjastusmaurus.ee
tellimine@kirjastusmaurus.ee

Все права на это издание защищены законом. Без письменного разрешения владельца прав не разрешается перепечатка ни одной части рабочей книги ни в электронном, ни в механическом, ни в любом другом виде.

Читателю и пользователю Рабочей книги

Данная рабочая книга предназначена Вам, гимназист. В этой книге Вы найдёте необходимые формулы и примеры решений, но большинство заданий нужно от начала и до конца решить самостоятельно. К заданиям, приведенным в Рабочей книге, стоит переходить, когда пройдена соответствующая тема и предстоит зачётная или контрольная работа. Рабочая книга также является хорошим подспорьем для подготовки к государственному экзамену, так как в ней есть задания по всем темам, пройденным в гимназии.

Рабочая книга подходит для учащихся как узкого, так и широкого курса. Если номер задания напечатан красным цветом, то учащиеся узкого курса не обязаны его выполнять, но могут всё же испытать свои навыки.

Ответы к заданиям не приводятся. Для проверки используйте компьютерные программы WolframAlpha, GeoGebra, Symbolab и т. п.

При решении заданий помогут также ссылки на обучающие видео, данные в начале темы (открываются с помощью QR кода).

В Рабочей книге для десятого класса Вы найдёте задания по следующим темам:

1) числовые множества и алгебраические выражения;
2) уравнения и системы уравнений;
3) неравенства;
4) тригонометрические выражения, решение треугольника;
5) векторы, уравнение прямой и уравнение окружности, взаимное расположение двух прямых на плоскости.

В решении заданий из Рабочей книги помогут также учебные видео и тесты, которые Вы найдёте в интернете по адресу www.allarveelmaa.ee.

Желаю удачи!

Аллар Веэлмаа

1. Числовые множества

1.1. Числовые множества

Для нахождения ответов на следующие вопросы и выполнения заданий можете использовать учебник, математическую энциклопедию, Интернет или просмотреть учебные видеофильмы (открывается с помощью школьного QR).

Множество натуральных чисел и его свойства	Степень с целым показателем	Множество рациональных чисел и его свойства	Выражение рационального числа в виде дроби	Иррациональные и действительные числа

1. Что означают символы $\in, \notin, \bigcup, \bigcap, \subset, \supset, \subseteq, \supseteq, \not\subset, \varnothing$?

Напишите по одному предложению об использовании каждого символа.

2. Вычеркните несуществующие соотношения. Почему эти соотношения не существуют?

a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ b) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{N} = \mathbb{Q}$ c) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Q}$ d) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ e) $\mathbb{Z} = \mathbb{N}$ f) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{I}$

g) $-7 \in \mathbb{Z}$ h) $0,(3) \in \mathbb{Q}$ i) $\sqrt[3]{8} \in \mathbb{Q}$ j) $\sqrt{10} \in \mathbb{Q}$ k) $\pi \notin \mathbb{R}$ l) $\mathbb{Z}^- \not\subset \mathbb{Q}$

3. Расположите числа $\frac{22}{7}$; π; $3,14$; $0,88$; $\frac{8}{9}$; $0,(6)$; $0,667$ в порядке убывания.

4. Найдите НОД и НОК для чисел 86 и 128.

5. Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10.

6. Найдите наибольшее натуральное число, на которое делятся числа 1288, 1794 и 2392.

7. Преобразуйте числа 0,(7); 0,(23); 1,2(3) и 2,0(58) в обыкновенные дроби.

8. Выполните следующие действия и найдите точные значения выражений.

a) $0,(3)+0,4(3)=$

b) $1,(23)\cdot 12=$

c) $\frac{2}{3}-0,(262)=$

d) $3,0(2):1,5=$

9. Вычислите приближённые значения выражений с точностью до 0,001.

a) $3\pi - 4\sqrt{2} \approx$ b) $\dfrac{7-\sqrt{3}}{7+\sqrt{3}} \approx$ c) $1{,}3 - 1{,}(2) \approx$ d) $1{,}89 - 1{,}(89) \approx$

10. В двузначном числе *A*, сумма цифр которого равна 11, меняются местами единицы и десятки. Таким образом получается число *B*. Найдите число *A*, если $B - A = -63$.

1.2. Повторение: простейшие задачи на процентное исчисление и вероятность события

При необходимости перед выполнением заданий просмотрите соответствующие темам учебные видеофильмы.

Процент и промилле. Нахождение части от целого	Нахождение целого по его части	Отношение части к целому в процентах	Изменение величины в процентах	Изменение в процентах. Процентный пункт.

11. Найдите 26% от 350 и сложите полученный результат с 2,8% от числа 46 000.

12. Найдите число, 0,15% которого равно 27, и вычтите из него наибольшее четырёхзначное число.

13. В начале года зарплата Хийремай была 1125 евро и в конце года – 1225 евро; зарплата Бобулийне соответственно 985 евро и 1085 евро. Чья зарплата выросла на относительно большую величину? Обоснуйте свой ответ.

14. Смешиваются растворы одного и того же вещества: 3 кг 40% раствора и 5 кг 50% раствора. Каково процентное содержание получившегося раствора?

15. Берётся 10 кг 96% раствора и в него добавляется вода. Получился 40% раствор. Сколько воды добавили?

16. В течение дня с поля в сушилку перевезли 92 тонны зерна, влажность которого была 23%. Продавец получает зерно, влажность которого не превышает 14%. Сколько тонн воды теряет зерно в процессе сушки, чтобы его влажность соответствовала нормам продажи?

17. У четырёхлетнего Рамбо-Гардера есть четыре карточки с буквами: А, Р, Н и О. Сколько различных слов можно составить из этих букв? Слова могут не иметь смысла. Какова вероятность того, что получится слово НОРА?

18. В классе, где учится 32 ученика, провели опрос. На вопросы не ответили 12,5% учеников. Из ответивших одна четверть не считает необходимым обмениваться рождественскими подарками среди учеников класса. Из оставшегося количества учеников 33,(3)% посчитали, что стоимость подарка должна составлять менее 5 евро. Какова вероятность того, что случайно выбранный ученик класса

a) не ответил на вопросы;
b) не считает необходимым дарить подарки;
c) посчитал, что подарок должен стоить менее 5 евро?

19. На бумаге записано случайное число от 1 до 9999. Какова вероятность того, что написанное число

a) делится на 2;
b) делится на 3;
c) делится на 5;
d) делится на 9?

20. На ярмарке разыгрывается лотерея, в которой каждый второй билет выигрывает. Бобулийне купила шесть билетов, но ни один из них не был выигрышным. Какова теперь вероятность того, что при покупке следующего билета она выиграет?

21. «Колесо удачи» разделено на 24 равных части. В один сектор помещено 1000 ₤, в четыре сектора по 500 ₤, в восьми секторах находятся по 200 ₤, в пяти секторах – по 100 ₤ и в оставшихся секторах – по 25 ₤.

Какова вероятность, что, покрутив «Колесо удачи», Хийремай выиграет:
a) не менее 10 ₤;
b) не более 10 ₤;
c) сумму, которая составит от 250 ₤ до 400 ₤;
d) не менее 300 ₤?

1.3. Абсолютное значение действительного числа

Перед выполнением заданий рекомендую просмотреть учебный видеофильм по теме.

22. Найдите корни уравнений.

a) $|x|=6$ b) $|x|=-6$ c) $|x|=2\pi$

d) $|2x|=7$ e) $|2x+1|=5$ f) $|-2x-3|=9$

23. Изобразите промежутки на числовой оси.

a) $|x|<8$ b) $|x|>8$ c) $|x|\le 2$ d) $|x|<-8$

24. Запишите выражения без знака абсолютной величины (знака модуля), использовав определение модуля числа.

a) $|x+3|=\begin{cases} \\ \end{cases}$ b) $|3-x|=\begin{cases} \\ \end{cases}$ c) $|2x+3|=\begin{cases} \\ \end{cases}$

25. Упростите выражение $|2x-1|-|2x+1|-|1-x|$ в случае, если:

a) $x<-0{,}5$; b) $-0{,}5<x<0{,}5$; c) $0{,}5<x<1$; d) $x>1$.

1.4. Степень с целым показателем

Перед выполнением заданий рекомендую просмотреть учебный видеофильм по теме.

Действия со степенями:

$a^0 = 1, если\ \ a \neq 0$

$a^1 = a$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$(a : b)^n = a^n : b^n$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Запомним важные соотношения:

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, где $a \neq 0$; $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

Пример. Найдём число, 40% которого равно $\dfrac{6^{-2} \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 \cdot (-5)^{-1}}{-2^{-7}}$.

Прежде всего найдём значение числителя дроби: $6^{-2} \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 \cdot (-5)^{-1} = \dfrac{1}{6^2} \cdot \dfrac{9}{16} \cdot \left(-\dfrac{1}{5}\right) = -\dfrac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{36}} \cdot 80} = -\dfrac{1}{320}$.

Знаменатель дроби равен: $-2^{-7} = -\dfrac{1}{2^7} = -\dfrac{1}{128}$, тогда значение выражения: $-\dfrac{1}{320} : \left(-\dfrac{1}{128}\right) = 0{,}4$.

Самостоятельно убедитесь в том, что искомое число равно 1.

26. Найдите степени чисел и в случае необходимости проверьте найденные результаты с помощью калькулятора (не округляйте).

$8^{-2} =$ $\quad -3^{-3} =$ $\quad 16^{-2} =$ $\quad (-3)^{-2} =$ $\quad 0{,}25^{-1} =$

$\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-2} =$ $\quad \left(-\dfrac{3}{4}\right)^{-2} =$ $\quad 0{,}1^{-2} =$ $\quad -6^0 =$ $\quad -6^{-1} =$

27. Значение выражения $6^3 \cdot 36^4 \cdot 216^{-5} - \dfrac{1}{1297}$ положительно или отрицательно?

28. Найдите число, 125% которого равно $\dfrac{10^{-6} \cdot \left(10^4 - 10^2\right)}{0{,}001^7}$.