

**Tauri Viil**

**MATEMAATIKA TÖÖRAAMAT**

**6. KLASSILE**

**II OSA**

Selle tööraamatu omanik on

---

# Hea sõber!

Kuuenda klassi talv möödub peamiselt geomeetriaga tegeledes: tutvud lähemalt ringiga, õpid sirkliga erinevaid geomeetrisi elemente konstrueerima ja lõpetuseks saad hea ülevaate kolmnurkadest. Geomeetria aitab sul nii paremini maailma mõista kui ka matemaatikas edasi jõuda. Eriti oluline kujund nii elus kui ka matemaatikas on kolmnurk, selle juurde tuled järgmistel aastatel ikka ja jälle tagasi.

Matemaatikat tuleb õppida hoolikalt ja järjepidevalt, see loob hea põhja uuteks teemadeks. Kui oled eelneva korralikult selgeks saanud, on kindlam uutele õppetükkidele vastu minna. Lisaks konkreetsetele teadmistele aitab matemaatika mõista maailma ja selle toimimist laiemalt. Nii märkad varsti, et mida suuremaks kasvavad teadmised matemaatikast, seda paremini mõistad ka teisi aineid ja valdkondi.

Loodan, et leiad nende kaante vahelt nii kasulikke matemaatikateadmisi kui ka uut ja põnevat meid ümbritseva maailma kohta. Jõudu tööle!

Selles tööraamatus on igal taustavärvil oma tähendus.

Kollasel taustal on reeglid ja olulised selgitused.

Sinise raami sees on näited.

Sinisel taustal on vihikusse lahendatavad ülesanded.

Lisaks nummerdatud ülesannetele kohtad selles tööraamatus veel erinevaid tähistusi.



Iga peatüki juurde kuulub sama numbriga kodune ülesanne tööraamatu lõpus.

● Need ülesanded on iseseisvaks mõtlemiseks või paarilisega arutlemiseks.

\* Tärniga tähistatud ülesanded ja teemad ei ole kohustuslikud.

# Sisukord

## Ring

61. Ring ja ringjoon	4
62. Täispööre. Ringi osad	6
63. Sektordiagramm	8
64. Ringjoone pikkus	10
66. $\pi^*$	14
67. Ringid meie ümber	16
68. Ülesandeid ringjoone kohta	18
69. Kontrolli oma teadmisi	20
70. Kondiitriäris	22
71. Lumi ja jää	24
72. Talisport jääl	26
73. Piparkoogid	28
74. Uus aasta	30
75. Mängud	32

## Geomeetrilised konstruktsioonid. Kolmnurk

76. Peegeldus sirgest. Telgsümmeetria	34
77. Peegeldus punktist. Tsentraalsümmeetria	36
78. Lõigu poolitamine	38
79. Sirgele ristsirge joonestamine	40
80. Nurga poolitamine	42
81. Konstruktsioonid sirgetega	44
82. Mis on kolmnurk	46
83. Kolmnurga ümbermõõt	48
84. Kolmnurga nurgad	50
85. Kolmnurga küljed ja nurgad	52
86. Kolmnurkade võrdsus	54
87. Kolmnurga joonestamine kolme külje järgi ja KKK	56

88. Kolmnurga joonestamine kahe külje ja nendevahelise nurga järgi ning KNK	58
89. Kolmnurga joonestamine ühe külje ja selle lähisnurkade kaudu	60
90. Tunne võrdseid kolmnurki	62
91. Aia planeerimine	64
92. Geomeetrilised konstruktsioonid	66
93. Kolmnurkade joonestamine	68
94. Kontrolli oma teadmisi	70
95. Nuputamist	72
96. Põnevad konstruktsioonid sirkliga	74
97. Kolmnurkade liigid	76
98. Kolmnurkade liigitamine	78
99. Võrdhaarne kolmnurk	80
100. Kolmnurga alus ja kõrgus	82
101. Kolmnurga elemendid	84
102. Kolmnurga pindala	86
103. Ülesandeid kolmnurga pindala kohta	88
104. Kolmnurkne arhitektuur	90
105. Mitmekesised kolmnurgad	92
106. Kolmnurgad meie ümber	94
107. Kontrolli oma teadmisi	96
108. Nuputamist	98
109. Mitmesuguseid konstruktsioone	100
110. Leia võrdseid kolmnurki	102
111. Mitmesugune geomeetria	104
112. Kordame geomeetriat	106
113. Murrud geomeetrias	108
114. Tutvume GeoGebraga	110
115. Joonestame GeoGebraga	112

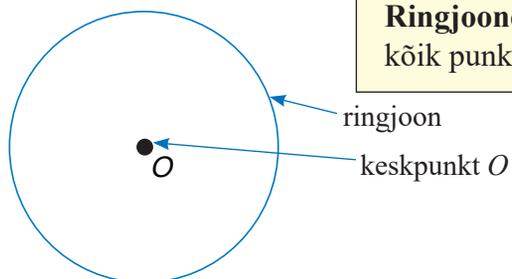
## Kodused ülesanded

114

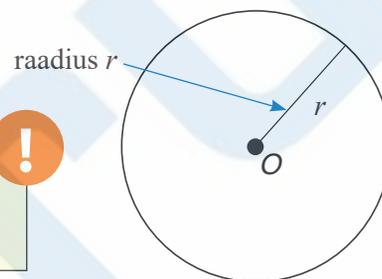
# RING

## 61. Ring ja ringjoon

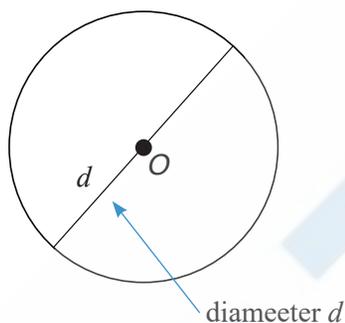
Sa oled varasemalt tutvunud nii ringi kui ka ringjoonega, kuid nüüd anname mõlemale mõistele veidi täpsema tähenduse.



**Ringjooneks** nimetatakse sellist kinnist joont tasandil, mille kõik punktid asuvad ringi keskpunktist võrdsel kaugusel.

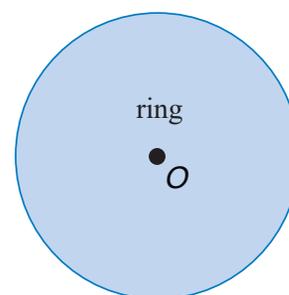


Ringjoone **raadiuseks** nimetatakse lõiku  $r$ , mis ühendab ringjoonel asetsevat mistahes punkti ringjoone keskpunktiga. Raadiuseks nimetatakse ka selle lõigu pikkust.



Ringjoone **diameetriks** ehk **läbimõõduks** nimetatakse lõiku  $d$ , mis ühendab kaht ringjoonel asetsevat punkti ja mis läbib ringjoone keskpunkti. Diameetriks nimetatakse ka selle lõigu pikkust. **Diameeter on alati kaks korda pikem kui raadius.**

**Ring** on ringjoone sees olev tasandi osa koos ringjoonega. Ringjoont ja ringi joonestatakse sirkliga.

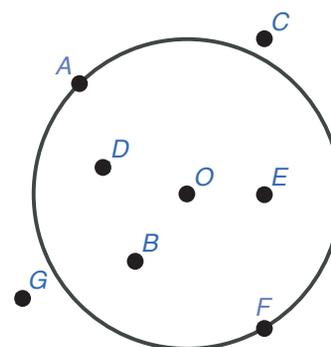


**1. Määra, millised punktid asuvad ringjoonel, millised ringis (aga mitte ringjoonel) ning millised väljaspool ringi.**

Ringjoonel asuvad punktid \_\_\_\_\_

Ringis asuvad punktid \_\_\_\_\_

Väljaspool ringi asuvad punktid \_\_\_\_\_



**2. Arvuta ringjoone diameeter, kui on antud raadius.**

a)  $r = 2$  cm,  $d =$  \_\_\_\_\_

b)  $r = 1,7$  dm,  $d =$  \_\_\_\_\_

c)  $r = 7,36$  m,  $d =$  \_\_\_\_\_

d)  $r = \frac{1}{3}$  cm,  $d =$  \_\_\_\_\_

e)  $r = 4\frac{3}{7}$  mm,  $d =$  \_\_\_\_\_

**3. Arvuta ringjoone raadius, kui on antud diameeter.**

a)  $d = 10$  dm,  $r =$  \_\_\_\_\_

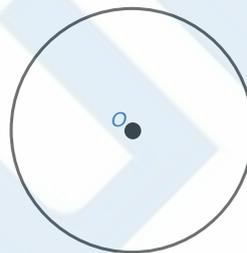
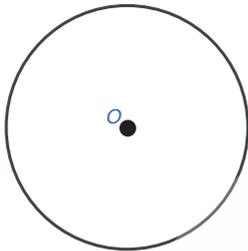
b)  $d = 2,5$  m,  $r =$  \_\_\_\_\_

c)  $d = 12,7$  dm,  $r =$  \_\_\_\_\_

d)  $d = \frac{4}{5}$  dm,  $r =$  \_\_\_\_\_

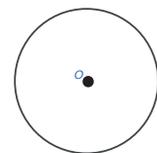
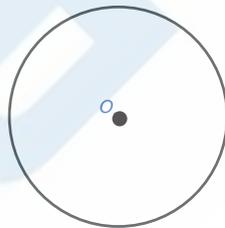
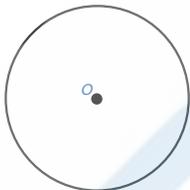
e)  $d = 3\frac{3}{4}$  dm,  $r =$  \_\_\_\_\_

**4. Joonesta ringjoonele raadius  $OR$  ja diameeter  $DR$ .**



**5. Joonesta ringjoonele punktid  $K$  ja  $L$  ning ühenda need. Joonesta ringjoonele punkt  $M$  nii, et tekiks nurk  $LKM = 90^\circ$ . Ühenda punktid  $L$  ja  $M$ . Mida märkad?**

**6. Joonesta ringi raadius ja mõõda selle pikkus.**



$r =$  \_\_\_\_\_

$r =$  \_\_\_\_\_

$r =$  \_\_\_\_\_

- Arutle pinginaabriga, mis vahe on ringjoonel ja ringil.

**Lahenda vihikusse.**

145. Joonesta ringjoon, märgi joonisele selle ringjoone raadius, tähista ja mõõda see.

146. Joonesta ring raadiusega 3 cm. Märgi ja tähista sellel diameeter.

147. Joonesta ringjoon diameetriga 5 cm ja märgi ringjoonel punktid  $A$ ,  $B$  ja  $C$ .

148. Joonesta ühe ja sama keskpunkti ümber ringid raadiusega 2 cm, 2,5 cm ja 4 cm. Kui pikk on iga ringi läbimõõt?

149. Joonesta ring, mille diameeter on 2 cm võrra suurem raadiusest. Joonesta sellele ringile raadiused  $ED$  ja  $RD$ , mille vaheline nurk moodustab 65% sirgurngast.



## 62. Täispööre. Ringi osad

Olgu  $OA$  nurga üks haar ning kiired  $OB$ ,  $OC$ ,  $OD$  ja  $OE$  nurga teine haar, mida pööratakse ümber punkti  $O$ .

Mõõda nurkade  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOE$  ja  $EOA$  suurused ja liida need kokku.

$$AOB = \underline{\hspace{2cm}}$$

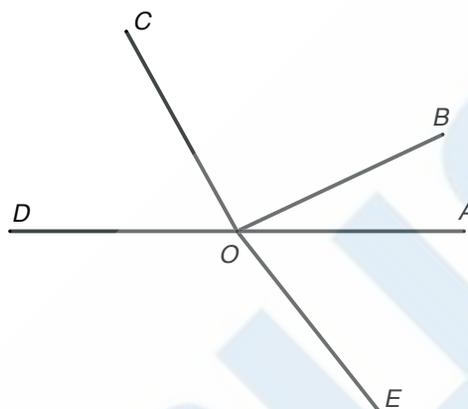
$$BOC = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$COD = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$DOE = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$EOA = \underline{\hspace{2cm}}$$

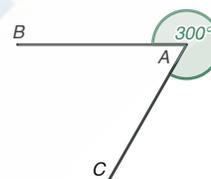
$$\text{Summa: } \underline{\hspace{2cm}}$$



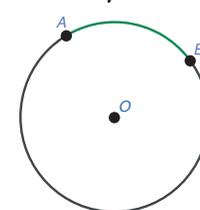
Kui pöörata nurga üht haara ümber nurga tipu, nii et nurga haar moodustab terve ringi, öeldakse, et nurga haar on teinud **täispöörde**.

**Täispööre on alati  $360^\circ$ .**

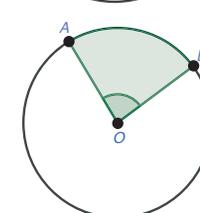
Nüüd näeme, et on olemas ka nurki, mis on suuremad kui  $180^\circ$ . Selliseid nurki nimetatakse **ülinürinurkadeks**.



Kui märkida ringjoonele kaks punkti, siis nende vahelist ringjoone osa nimetatakse ringjoone **kaareks**.

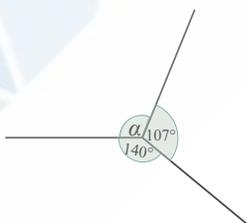


Kui joonestada ringile kaks raadiust, siis nende vahelist ringi osa nimetatakse ringi **sektoriks**.

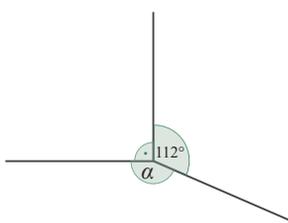


Kui joonestame ringile kaks raadiust, tekib joonisele alati kaks kaart ja kaks sektorit.

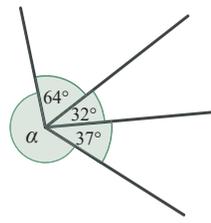
1. Arvuta jooniselt nurk  $\alpha$ .



$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

**2. Arvuta sektori nurga  $\beta$  suurus, kui ring on jaotatud kaheks sektoriks  $\alpha$  ja  $\beta$ .**

- a) Kui  $\alpha = 5^\circ$ , siis  $\beta =$  \_\_\_\_\_  
b) Kui  $\alpha = 250^\circ$ , siis  $\beta =$  \_\_\_\_\_  
c) Kui  $\alpha = 335^\circ$ , siis  $\beta =$  \_\_\_\_\_  
d) Kui  $\alpha = 90^\circ$ , siis  $\beta =$  \_\_\_\_\_  
e) Kui  $\alpha = 160^\circ$ , siis  $\beta =$  \_\_\_\_\_  
f) Kui  $\alpha = 72^\circ$ , siis  $\beta =$  \_\_\_\_\_

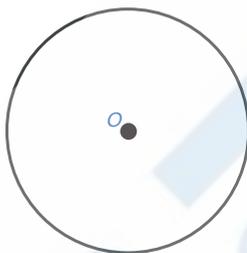
**3. Joonesta**

- a) ring diameetriga 5 cm ning sellesse kõrvuti sektorid nurkadega  $45^\circ$  ja  $90^\circ$ ;  
b) ring raadiusega 2 cm ning sellesse kõrvuti sektorid nurkadega  $20^\circ$  ja  $200^\circ$ .

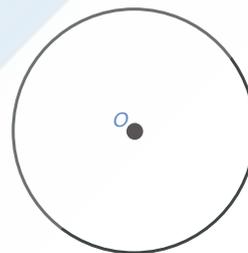
Kirjuta kolmandasse sektorisse selle suurus.

**4. Jaga ring a) viieks ja b) üheksaks võrdseks sektoriks. Mitu kraadi on iga sektori nurk?**

a)



b)



**Lahenda vihikusse.**

150. Leia

- a) 75% täispöördest;      d)  $\frac{5}{6}$  täispöördest;      g)  $\frac{1}{5}$  sirgurgast;  
b)  $\frac{5}{12}$  sirgurgast;      e) 35% täisnurgast;      h) 25% täispöördest;  
c)  $\frac{8}{15}$  täispöördest;      f) 99% täispöördest;      i) 50% täisnurgast.

151. Joonesta ring ning kaks kõrvuti sektorit, mille nurgad moodustavad vastavalt 35% täispöördest ning  $\frac{4}{5}$  täisnurgast. Kui suur on kolmanda sektori nurk? Kui suure osa täispöördest moodustab kolmanda sektori nurk?

152. Ring on jaotatud viieks sektoriks, kusjuures ühe sektori nurk on  $60^\circ$  ja teised nurgad on omavahel võrdsed. Kui suured on teised nurgad? Joonesta see ring ja sektorid.







## 64. Ringjoone pikkus

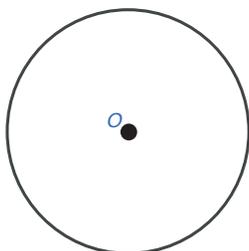
Varasemalt oled kokku puutunud geomeetriliste kujunditega, mille ümbermõõtu on võimalik lihtsalt joonlauaga mõõta. Kuna ringjoon on lõplik joon, siis saab leida ka selle pikkust, kuid nagu arvata võid, ei ole see nii lihtne.

Üks võimalus ringikujulise eseme ümbermõõtu leida on kasutada nõõri. Pane see ümber eseme ja seejärel mõõda nõõrijupi pikkus. Teine võimalus on veeretada eset mööda mingit siledat pinda ja märkida, kui pika maa ese täpselt ühe ringiga läbib.

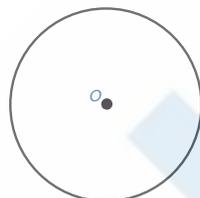
Praktiline ülesanne. Sul on vaja joonlauda ja nõõrijuppi.

1. Aseta nõõrijupp iga ringjoone peale ning mõõda nõõri pikkus joonlauaga.
2. Joonesta iga ringi sisse diameeter ning mõõda joonlaua abil selle pikkus.
3. Täida tabel ning tee vastavad arvutused.

a)



b)



c)



Ring	Ringjoone pikkus (nõõrijupi pikkus)	Diameetri pikkus	$\frac{\text{ringjoone pikkus}}{\text{diameetri pikkus}}$
a)			
b)			
c)			

Mida märkad, kui võrdled viimases veerus olevaid vastuseid? \_\_\_\_\_

Selgub, et iga ringjoon on alati ühe kindla arvu korra pikem diameetri pikkusest. Seda arvu tähistatakse kreeka tähestiku tähega  $\pi = 3,141592653\dots$  (loe: *pii*). Tavaliselt kasutatakse arvutustes ligikaudset väärtust  $\pi \approx 3,14$ .

Kõige eelneva põhjal võime öelda, et

**ringjoone pikkus** on võrdne  $\pi$  ja diameetri  $d$  korrutisega.

$$C = \pi \cdot d$$

Kuna ringjoone diameeter on kaks korda pikem ringjoone raadiusest, kasutatakse tihti ka valemit

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

Kuna arv  $\pi$  on lõpmatu mitteperioodiline kümnendmurd, siis saame tema ligikaudse väärtusega arvutamisel alati ligikaudse vastuse.

**1. Leia ringjoone pikkus, kui diameeter on ette antud.**

a)  $d = 2$  cm     $C =$  \_\_\_\_\_    c)  $d = 1,5$  dm     $C =$  \_\_\_\_\_

b)  $d = 3$  m     $C =$  \_\_\_\_\_    d)  $d = 0,84$  cm     $C =$  \_\_\_\_\_

**2. Leia ringjoone pikkus, kui raadius on ette antud.**

a)  $r = 0,5$  m     $C =$  \_\_\_\_\_    c)  $r = 2,5$  dm     $C =$  \_\_\_\_\_

b)  $r = 50$  mm     $C =$  \_\_\_\_\_    d)  $r = 2,7$  cm     $C =$  \_\_\_\_\_



**3. Ringikujuline lillepeenar tahetakse ümbritseda madala aiapiirdega. Kui palju aiapiiret selleks kulub, kui lillepeenra läbimõõt on 2,2 m?**



Täpse vastuse andmiseks võib arvu  $\pi$  vastusesse sisse jätta.

Näide. Ringjoone raadius on 7 m. Selle ringi ümbermõõt on  $C = 2\pi \cdot 7 = 14\pi$  (m).

**4. Leia ringjoone täpne pikkus.**

a)  $r = 3,5$  cm     $C =$  \_\_\_\_\_    c)  $d = 0,6$  dm     $C =$  \_\_\_\_\_

b)  $d = 30$  m     $C =$  \_\_\_\_\_    d)  $r = 10$  km     $C =$  \_\_\_\_\_

Elulistes ülesannetes kasutatakse  $\pi$  arvulist väärtust ja vastus ümardatakse sobiva järguni.

**Lahenda vihikusse.**

154. Leia ringjoone diameeter, kui ringjoone pikkus on a)  $C = 31,4$  dm ja b)  $C = 0,314$  m.

155. Korvpalliväljaku keskel asub ringjoon, mille keskelt alustatakse mängu. Kui pikk on korvpalliväljaku ringjoon, kui selle raadius on 1,8 m?

156. Ringikujulisele amfiteatrile tahetakse ohutuse tagamiseks ehitada ülemisele äärele piire. Kui pikk on piire, kui amfiteatri ülemine äär on poolring raadiusega 8 meetrit?

157. Ringjoonest raadiusega 1,3 m sissepoole joonestatakse 60 cm võrra väiksema läbimõõduga ringjoon. Kui pikk on kumbki joon?

